**Применение производных в математике и физике**

**«Предмет математика настолько серьёзен,**

**что полезно не упускать случаев**

**делать его немного занимательным»**

Б. Паскаль

**Цель урока:**

* повторение основных методов и навыков техники дифференцирования,
* воспитание ответственности всех членов коллектива, умение работать в команде,
* ознакомление учащихся с некоторыми историческими сведениями.

**Ход урока.**

**I. Вводное слово учителя.**

**1. (М).** Эпиграфом к уроку являются слова Паскаля:

**«Предмет математика настолько серьёзен,**

**что полезно не упускать случаев**

**делать его немного занимательным».**

Девизом урока послужат слова:

**Математика и физика**

**Нужны электрику и токарю,**

**Оператору и повару,**

**А чтобы это доказать**

**Задачи будем мы решать,**

**На вопросы отвечать и связь**

**С профессией искать.**

**2. (Ф).** Хочу начать урок народной мудростью: «Послушай – и ты поймёшь!

Посмотри и ты запомнишь!

Сделай – и ты научишься!»

**3. (М).** Предлагаю отгадать ключевое слово урока.

1) С её появлением математика перешагнула из алгебры в математический анализ.

2) Бывает первой, второй,…

3) Обозначается штрихом. **(Ответы учеников: производная)**

**(Произносится учителем и записывается на доске тема урока).**

**4. (Ф).** Итак, сегодня на уроке мы поговорим о применении производной при решении многих практических задач математики и физики.

**5. (М).** С прошлого учебного года вы посещаете занятия по программам дополнительной профессиональной подготовки. Одна из профессий – электромонтер по ремонту и обслуживанию электрооборудования. Это первая ступенька на пути карьерного роста до инженера-электрика. Проследим связь между предметами и профессией. Прослушаем перечень общих компетенций, необходимых не только профессионалам, но и вам, ученикам.

**(Говорят учащиеся).**

Инженер должен обладать общими компетенциями (ОК), включающими в себя способность:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Владеть информационной культурой, анализировать и оценивать информацию с использованием информационно-коммуникационных технологий.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности

**5. (Ф).** Формированию общих компетенций способствуют на школьных уроках ваши навыки и умения при выполнении практических заданий. Производная позволяет решать задачи просто, красиво, интересно.

**II. Актуализация знаний.**

**1. (Ф).** Сегодня на уроке работают две творческие группы:

**1-я группа** применяет при решении задач геометрический смысл производной;

**2-я группа** - физический смысл производной.

А мы проверяем **ступени вашего мастерства.**

**(М). I ступень. Устный опрос (разминка). (Формирование ОК-5).**

**(Каждой команде по очереди задаётся вопрос, за правильный ответ- 1 балл).**

**Вопросы.**

**I. (М). Что называют производной функции у=f(х) ?**

(Ответ. Производной функции у=f(x), заданной на некотором интервале (a: b), в точке х этого интервала, называют предел отношения приращения функции в этой точке к соответствующему приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю).

**II.(Ф). Как называется математическая операция нахождения производной функции?**

(Ответ. Операция нахождения производной функции называется дифференцированием.)

**I. (М). В чем заключается геометрический смысл производной функции?**

(Ответ. Значение производной функции в точке есть тангенс угла α между этой касательной и положительным направлением оси Ох, т.е. ( ) = tgα. )

**II. (Ф). В чём состоит механический смысл производной ?**

(Ответ. Если тело движется по прямой согласно закону s(t), то скорость точки есть производная от пути по времени, т.е. v (t)= s‘(t ) ).

**I. (М). Уравнение касательной в точке имеет вид:**

(Ответ: у = f() + (x - ) ).

**II. Что такое ускорение с точки зрения производной ?**

(Ответ. Ускорение есть производная от скорости по времени, т.е*. а*(t) = v’(t) ).

**(Ф). II ступень. Эстафета. (Формирование ОК -4, ОК-6, ОК-7).**

Для эффективного решения задач необходимо знать таблицу производных и правила дифференцирования. (Учителя вручают первому члену команды листы, где в столбик записаны формулы, в которых вместо ответа прямоугольник. В него необходимо вписать правильный ответ. Лист передают друг другу, пока будут заполнены все прямоугольники. Время проведения – 2 минуты, каждая правильная формула – 1 балл).

**I команда II команда**

1. 1. =

2. 2.

3. 3. (

4. = 4.

5. 5.

6. 6. =

7. = 7.

8. 8.

9. 9.

10. 10.

11. 11.

**(М). III ступень. Самостоятельная работа в группах. (Формирование ОК-6 и ОК-9).**

**Выполнив задания, вы расшифруете:**

**как И. Ньютон называл производную функции.**

**I группа.**

**1)** Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции

f(x) = -  в точке  =1.

(Решение: *к* =f ′(х) = - 2х + 4; k = f ′(1) = - 2∙1 + 4 = 2. Ответ: *к* = 2.)

**2)** Найдите tg α, где α -  угол наклона касательной к графику функции

f(x) = 2 + 8x – 3 в точке  = -3.

(Решение: f ′(х) = 4х + 8; tg α = f ′(-3) = 4∙(-3) + 8 = - 4. Ответ: - 4.)

**3)** Составьте уравнение касательной к графику функции f(x) =  – 2х  в точке

= 3.

(Решение: f ′(x) = 3- 2; f(3) = -2 ∙ 3 = 27- 6 =21

f ′(3) = 27- 2 = 25;

у = 21 + 25 (х-3); у = 25х -54

Ответ: у = 25х – 54.)

**II группа.**

**1)** Движение автомобиля во время торможения описывается формулой s(t) = 30t - 5,  (s - тормозной путь в метрах, t - время в секундах, прошедшее с начала торможения до полной остановки автомобиля). Найдите, сколько секунд автомобиль находится в движении с момента начала торможения до его полной остановки. Какое расстояние пройдет машина с начала торможения до полной ее остановки?

(Решение:  Скорость есть первая производная от перемещения по времени, то 30 – 10t.  Т.к. при торможении скорость равна нулю, тогда 30–10t=0; 10t = 30; t = 3(сек). Тормозной путь s(t) = 30t - 5=30∙3-5∙ = 90 - 45=45(м).  
Ответ: время торможения t= 3с; s= 45м.)

**2)** Координата тела меняется по закону х(t) = 5 - 3 + 2 (м). Определите скорость и ускорение данного тела в момент времени 2 секунды?

Решение:

S = S(t);   Скорость v = s′(t) = x′(t);  ускорение  *а* = v′(t) = х″(t).

v(t) = x′(t) = -6t + 6; v(2) = -6∙2 + 6∙4 = 12 (м/с);

*a*(t) = -6 + 12t; *a*(2) = - 6 + 12∙2 = 18(м/).

Ответ:  v = 12 м/с; *а* = 18м/.

**3)** Количество электричества, протекающее через проводник, начиная с некоторого момента, задаётся формулой . Найдите силу тока в момент времени t = 3 c.

(Решение. I(t) = I(t) = I(3) = 6∙3 + 1 = 19(A).

Ответ: 19А

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Ю | f(x) = -  ; | k= ? | 2 |
| Ф | f(x) = 2 + 8x – 3 | tg α =? | -4 |
| М | f(x) =  – 2х;   = 3. | у = ? | у=25х-54 |
| С | s(t) = 30t - 5 | t= ? | 3 |
| Я | s(t) = 30t - 5 | s= ? | 45 |
| Л |  | I = ? | 19 |
| И | х(t) = 5 - 3 + 2 | v = ? | 12 |
| К | х(t) = 5 - 3 + 2 | *a* = ? | 18 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **-4** | **19** | **2** | **18** | **3** | **12** | **45** |
| **Ф** | **Л** | **Ю** | **К** | **С** | **И** | **Я** |

**IVступень. Индивидуальная работа. (Формирование ОК-3, ОК-7, ОК-9 ).**

**(1. Учащиеся работают у доски по карточкам с индивидуальными заданиями ( по 1 человеку от каждой команды.)**

**2. По очереди по 1 человеку от команды решают тесты на диске с проецированием на экран, состоящие из 5 заданий.**

**За все правильные задания каждой команде ставится 1 балл).**

**V ступень. Исторический Экскурс. (Формирование ОК-5)**

(Сообщение ученика).

Понятие производная возникло в связи с необходимостью решения ряда задач физики, механики и математики. Честь открытия основных законов математического анализа принадлежит английскому ученому Ньютону и немецкому математику Лейбницу. Лейбниц рассматривал задачу о проведении касательной к произвольной кривой.

Знаменитый физик Исаак Ньютон, родившейся в английской деревушке Вульстроп, внес немалый вклад и в математику. Он вычислил производную и интеграл степенной функции. Решая задачи на проведение касательных к кривым, вычисляя площади криволинейных фигур, он создал общий метод решения таких задач – ***метод флюксий*** (производных). Переменные величины Ньютон назвал флюентами, а скорости изменения флюент он назвал флюксиями. Таким образом, **флюксия** – это устаревшее название производной.

О дифференциальном и интегральном исчислениях он пишет в своей работе «Метод флюксий» (1665 – 1666гг.), послужившей одним из начал математического анализа, дифференциального и интегрального исчисления, которое ученый разработал независимо от Лейбница.

Многие ученые в разные годы интересовались касательной. Эпизодически понятие касательной встречалось в работах итальянского математика Н.Тартальи (ок. 1500 – 1557гг.) – здесь касательная появилась в ходе изучения вопроса об угле наклона орудия, при котором обеспечивается наибольшая дальность полета снаряда. Иоганн Кепплер(1571-1630гг.) рассматривал касательную в ходе решения задачи о наибольшем объеме параллелепипеда, вписанного в шар данного радиуса.

В 17 веке на основе учения Г. Галилея о движении активно развилась кинематическая концепция производной. Различные варианты изложения встречаются у Р.Декарта.

**VII. Рефлексия.**

Один учитель подводит итоговые баллы по группам, по каждому ученику, другой в это время рассказывает притчу: « Приходит профессор к студентам на урок. Приносит стакан полный камушков, и спрашивает ребят- « Как вы думаете, полный ли этот стакан». Большинство ребят говорят, что он полный. Тогда профессор насыпает в стакан песок, песок заполняет пустоты в стакане. «Как вы думаете, полный ли этот стакан сейчас» - спрашивает профессор. Уже меньше было поднято рук, большинство засомневались. « Он и сейчас не полный»- говорит профессор, и берёт кувшин и наливает воду. «Как вы думаете, полный ли этот стакан сейчас». Совсем мало ребят подняли руки. «Он и на этот раз не полный» - говорит профессор , и берёт, и растворяет в воде соль. Что же хотел сказать профессор своим студентам, а я хочу сказать вам: « Те знания, которые получите за время обучения в нашей школе -это те камушки, которые находятся в стакане, это фундамент знаний. Я бы хотела, что бы вы пополняли свои знания в дальнейшем, росли профессионально и как личности».

**Итоги урока.**

**(М.)** Учитель математики озвучивает количество баллов, набранных каждой командой, и полученные оценки.

**(Ф.).** А я хочу закончить урок высказыванием русского учёного М.В. Ломоносова, в котором, как нам кажется, мы сегодня убедились: «Слеп физик без математика».